-EXERCICE 27.1-

• ENONCE :

« Champ créé par une spire circulaire »

Calculer le champ magnétique sur l'axe d'une spire circulaire de rayon R, parcourue par un courant permanent I.

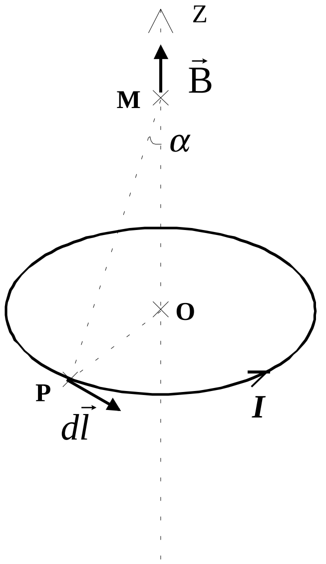
• <u>CORRIGE</u> :

« Champ créé par une spire circulaire »

♦ Soit Oz l'axe de la spire ; tout plan (P) contenant Oz est plan d'antisymétrie du courant (un observateur « à cheval » sur le plan voit l'opposé du symétrique du courant de part et d'autre de (P)) : $\vec{B}$ appartient à l'intersection de ces plans (caractère pseudo-vectoriel de $\vec{B}$), donc $\vec{B}$ est **porté par Oz** (pour un point M de l'axe)

Rq : en dehors de l'axe, nous ne connaissons pas précisément le sens du vecteur $\vec{B}$, ce qui nous empêche de trouver un « contour d'Ampère » sur lequel le produit scalaire $\vec{B}\cdot\vec{dl}$ serait simple à calculer ; nous allons donc appliquer la relation de Biot et Savart.

♦ Considérons le schéma ci-dessous :



On notera r la distance PM

La spire est de rayon R

α **est un angle non orienté**

$$\vec{B}=\oint_{spire}\frac{\mu_0 I}{4\pi}d\vec{l}\wedge\frac{\overrightarrow{PM}}{r^3}\ ;\text{or : }\oint_{spire}d\vec{l}\wedge\frac{\overrightarrow{PM}}{r^3}=\oint_{spire}\frac{d\vec{l}}{r^3}\wedge(\overrightarrow{PO}+\overrightarrow{OM})=\oint_{spire}\frac{d\vec{l}}{r^3}\wedge\overrightarrow{PO}+\oint_{spire}\frac{d\vec{l}}{r^3}\wedge\overrightarrow{OM}$$

$$\oint_{spire}d\vec{l}\wedge\frac{\overrightarrow{PM}}{r^3}=\oint_{spire}\frac{d\vec{l}}{r^3}\wedge(\overrightarrow{PO}+\overrightarrow{OM})=\oint_{spire}\frac{d\vec{l}}{r^3}\wedge\overrightarrow{PO}+\oint_{spire}\frac{d\vec{l}}{r^3}\wedge\overrightarrow{OM}$$

$\overrightarrow{OM}$ et r ne dépendent pas du point courant P $\Rightarrow \oint_{spire}\frac{d\vec{l}}{r^3}\wedge\overrightarrow{OM}=[\oint_{spire}d\vec{l}\,]\wedge\frac{\overrightarrow{OM}}{r^3}$ et: $\oint_{spire}d\vec{l}=\vec{0}$

(ne pas confondre $\oint_{spire}d\vec{l}=\vec{0}$ avec : $\oint_{spire}dl=2\pi R$ ...)

Par ailleurs : $\oint_{spire}\frac{d\vec{l}}{r^3}\wedge\overrightarrow{PO}=\oint_{spire}\frac{Rdl}{r^3}\vec{e}_\theta\wedge(-\vec{e}_r)=\oint_{spire}\frac{Rdl}{r^3}\vec{e}_z=\frac{2\pi R^2}{r^3}$; il vient alors :

$$\boxed{\vec{B}(M)=\frac{\mu_0 IR^2}{2r^3}\vec{e}_z=\frac{\mu_0 IR^3}{2Rr^3}\vec{e}_z=\frac{\mu_0 I}{2R}\sin^3\alpha\,\vec{e}_z}$$

Rq : cette « formule » est très importante, car beaucoup de systèmes peuvent être considérés comme une superposition de spires circulaires (solénoïdes, sphère chargée en rotation etc...)